УДК 530.12:531.51

СМЕЩЕНИЕ ЧАСТОТЫ КОСМОЛОГИЧЕСКОГО СВЕЧЕНИЯ

В.В. Ласуков

Томский политехнический университет
E-mail: lav_@list.ru

На основе исследования уравнения геодезических линий в однородной и изотропной Вселенной с метрикой Логунова рассмотрен эффект красного смещения фотонов. Показано, что интерпретация Логунова красного смещения имеет место и в случае вакуумоподобной космологической среды.

Введение

Обычно считается, что для любой нестатической космологической модели собственное расстояние между пробными частицами, измеряемое с помощью приложенной к ним "жесткой линейки", меняется со временем ввиду зависимости $g_{\mu\nu}$ от t. Поэтому считается, что свет, излучаемый частицами (туманностями), испытывает красное смещение из-за Доплер-эффекта, связанного с общим расширением Вселенной, хотя реальность жесткости линейки космологического масштаба сомнительна [1–6].

Принципиально иная интерпретация красного смещения для обычной среды возникает в теории Логунова. Дело в том, что для метрики Логунова [7] смешенные компоненты тензора Риччи равны нулю, так что из уравнений Гильберта-Эйнштейна-Логунова следует, что соответствующие компоненты тензора энергии-импульса космологической жидкости также равны нулю. Отсюда делается вывод [8], что пространственные компоненты скорости равны нулю. Последнее означает, что реально красное смещение связано не с движением галактик, а согласно принципу геометризации Логунова $\overset{\leftrightarrow}{g}_{\mu\nu}=\tilde{\gamma}_{\mu\nu}+\tilde{\Phi}_{\mu\nu}$, с изменением гравитационного поля $\Phi_{\mu\nu}$ со временем, которому, по-видимому, подвержены лишь гравитационные поля скоплений галактик, т.к. только при таком масштабе имеет смысл понятие однородности космологической среды. Изменение же гравитационного поля может быть обусловлено постоянной составляющей скалярного потенциала [9], имитирующей космологическую постоянную.

Так как для вакуумоподобной среды $\varepsilon+p=0$, то из равенства

$$T_{0i} = \sqrt{-g}[(\varepsilon + p)\, u_0 u_i] = 0$$

в общем случае не следует, что пространственные компоненты скорости u_i=0. Поскольку вакуумоподобная состояние космической среды играет ключевую роль в инфляционных теориях эволюции ранней Вселенной и в космологии Глинера, то эффект красного смещения для вакуумоподобной среды требует отдельного рассмотрения. В этой связи в работе проведено рассмотрение красного смещения на основе исследования уравнения геодезических линий для вакуумоподобной среды без использования уравнений Гильберта-Эйнштейна-Логунова и предположения идеальной жидкости.

Геодезические линии во Вселенной с метрикой Логунова

Для метрики Логунова [7]

$$ds^2 = a^6(x^0)(dx^0)^2 - \\ -a^2(x^0)[dr^2 + r^2(\sin^2(\vartheta)d\psi^2 + d\vartheta^2)] \quad (1)$$

смешенные компоненты тензора Риччи равны нулю

$$R_{0i} = 0,\ i = 1,2,3.$$

Тогда из уравнений Гильберта-Эйнштейна-Логунова

$$R_{\mu\nu} - \frac{m^2}{2}(g_{\mu\nu} - \gamma_{\mu\nu}) = \frac{8\pi G}{\sqrt{-g}}\left[T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\ T\right], \quad (2)$$

$$D_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} = \partial_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} + \gamma^\nu_{\alpha\beta}\ \tilde{g}^{\alpha\beta} = 0 \quad (3)$$

следует, что соответствующие компоненты тензора энергии-импульса космологической жидкости также равны нулю

$$T_{0i} = \sqrt{-g}[(\varepsilon + p)\, u_0 u_i] = 0, \quad (4)$$

ε – плотность вещества, p – давление, $g_{\mu\nu}$ – метрический тензор **эффективного** риманова пространства, $\gamma_{\mu\nu}$ – метрический тензор реального пространства Минковского, $\gamma^\alpha_{\mu\nu}$ – символы Кристоффеля пространства Минковского, $\tilde{g}^{\mu\nu}=\sqrt{-g}\, g^{\mu\nu}$, m – масса гравитона, G – гравитационная постоянная, u_i – пространственные компоненты скорости, r, ϑ, Ψ – лагранжевы координаты. Отсюда делается вывод [8], что пространственные компоненты скорости u_i=0. Так как для вакуумоподобной среды $\varepsilon+p$=0, то из равенства $T_{0i}=\sqrt{-g}\,[(\varepsilon+p)u_0u_i]=0$ в общем случае не следует, что u_i=0. В этой связи рассмотрим эффект красного смещения для вакуумоподобной среды без использования уравнений (2, 3).

Уравнения движения для пробной материальной частицы или фотона запишем в виде уравнений геодезических в **эффективном** римановом пространстве с метрикой (1)

$$\frac{d^2x^m}{d\sigma^2} + \Gamma^m_{pq}\frac{dx^p}{d\sigma}\frac{dx^q}{d\sigma} = 0, \quad (5)$$

σ – параметр траектории. Для метрики (1) компоненты связности Γ^m_{pq}, отличные от нуля, равны:

$$\Gamma^0_{00} = 3\frac{a'}{a},\ \Gamma^0_{11} = \frac{1}{a^4}\frac{a'}{a},\ \Gamma^0_{22} = \frac{r^2}{a^4}\frac{a'}{a},$$

$$\Gamma^0_{33} = \sin^2(\vartheta)\Gamma^0_{22},\ \Gamma^1_{01} = \frac{a'}{a} = \Gamma^2_{02} = \Gamma^3_{03}$$

$$\Gamma^2_{12} = \Gamma^3_{13} = \frac{1}{r},\ \Gamma^1_{22} = -r,\ \Gamma^1_{33} = -r\sin^2(\vartheta),$$

$$\Gamma^2_{33} = -\sin(\vartheta)\cos(\vartheta),\ \Gamma^3_{23} = \mathrm{ctg}(\vartheta), \quad (6)$$

$$a' = \frac{da}{dt},\ t \equiv x^0.$$

Теперь запишем (5) в явном виде. На основании (6) из (5) найдем:

$$\frac{d^2t}{d\sigma^2} + 3H(\frac{dt}{d\sigma})^2 + \frac{H}{a^4}\times \\ \times\left[(\frac{dr}{d\sigma})^2 + r^2(\frac{d\vartheta}{d\sigma})^2 + r^2\sin^2(\vartheta)\left(\frac{d\psi}{d\sigma}\right)^2\right] = 0, \quad (7)$$

$$\frac{d^2r}{d\sigma^2} + 2H(\frac{dt}{d\sigma})(\frac{dr}{d\sigma}) - \\ -r(\frac{d\vartheta}{d\sigma})^2 - r\sin^2(\vartheta)\left(\frac{d\psi}{d\sigma}\right)^2 = 0, \quad (8)$$

$$\frac{d^2\vartheta}{d\sigma^2} + 2H(\frac{dt}{d\sigma})(\frac{d\vartheta}{d\sigma}) + \\ +\frac{2}{r}(\frac{dr}{d\sigma})(\frac{d\vartheta}{d\sigma}) - \sin(\vartheta)\cos(\vartheta)\left(\frac{d\psi}{d\sigma}\right)^2 = 0, \quad (9)$$

$$\frac{d^2\psi}{d\sigma^2} + 2H(\frac{dt}{d\sigma})\left(\frac{d\psi}{d\sigma}\right) + \\ +\frac{2}{r}(\frac{dr}{d\sigma})\left(\frac{d\psi}{d\sigma}\right) + 2\,\mathrm{ctg}(\vartheta)(\frac{d\vartheta}{d\sigma})\left(\frac{d\psi}{d\sigma}\right) = 0. \quad (10)$$

Здесь $H \equiv \dfrac{a'}{a}$.

Поскольку поле изотропно, то можно рассматривать только те траектории, которые лежат в экваториальной плоскости. Следовательно, можно в уравнениях положить $\vartheta=\pi/2$. Тогда (9) выполняется тождественно, а (7), (8), (10) примут вид:

$$\frac{d^2t}{d\sigma^2} + 3H\left(\frac{dt}{d\sigma}\right)^2 + \frac{H}{a^4}\left[\left(\frac{dr}{d\sigma}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\psi}{d\sigma}\right)^2\right] = 0, \quad (11)$$

$$\frac{d^2r}{d\sigma^2} + 2H\left(\frac{dt}{d\sigma}\right)\left(\frac{dr}{d\sigma}\right) - r\left(\frac{d\psi}{d\sigma}\right)^2 = 0, \quad (12)$$

$$\frac{d^2\psi}{d\sigma^2} + 2H\left(\frac{dt}{d\sigma}\right)\left(\frac{d\psi}{d\sigma}\right) + \frac{2}{r}\left(\frac{dr}{d\sigma}\right)\left(\frac{d\psi}{d\sigma}\right) = 0. \quad (13)$$

Первые интегралы, соответствующие (11–13), легко получить, так как форма интервала (1) сама дает один интеграл, а формальные решения двух других уравнений легко угадать. В результате получаем

$$\frac{dt}{d\sigma} = \frac{C}{a^3}, \quad (14)$$

$$\frac{d\psi}{d\sigma}=\frac{h}{a^2r^2}, \tag{15}$$

$$\frac{dr}{d\sigma}=\pm\frac{ih}{a^2r}. \tag{16}$$

где C, h – постоянные интегрирования, i – мнимая единица.

Из (16) следует, что, если процессы в модели должны носить действительный характер, то постоянная интегрирования h должна равняться нулю, так что уравнения движения принимают вид

$$\frac{dt}{d\sigma}=\frac{C}{a^3},\ \frac{dr}{d\sigma}=0,\ \frac{d\psi}{d\sigma}=0. \tag{17}$$

Из (17) следует, что для мировых линий массивных частиц $ds^2>0$.

Найдем теперь связь между собственным временем τ и параметром траектории движения σ. Собственное время τ определим из интервала (1) при $\vartheta=\pi/2$

$$d\tau^2=\left[a^6(\frac{dt}{d\sigma})^2-a^2\left[(\frac{dr}{d\sigma})^2+r^2\left(\frac{d\psi}{d\sigma}\right)^2\right]\right]d\sigma^2. \tag{18}$$

Учитывая в выражении (18) уравнения (17), получаем

$$d\tau^2=C^2d\sigma^2. \tag{19}$$

На основании (17) и (19) можно связать между собой собственное время τ и временную координату пространства Минковского t:

$$d\tau^2=a^6dt^2.$$

Тогда при $C\neq 0$

$$\frac{C}{a^3}\frac{dr}{dt}=C\frac{dr}{d\tau}=\frac{dr}{d\sigma}=0, \tag{20}$$

так что $\frac{dr}{dt}=\frac{dr}{d\tau}=0.$

Так как для частиц с массой покоя, равной нулю, $d\tau=0$, то из (19) видим, что для фотонов $C=0$, так что в этом случае из (20) не следует, что $\frac{dr}{dt}=\frac{dr}{d\tau}=0.$

Из формулы для интервала (1) видно, что скорость луча света равна

$$\frac{dr}{d\tau}=\pm\frac{1}{a}. \tag{21}$$

Из (21) можно найти момент t_r, когда свет достигнет начала координат, если момент испускания был t_e, а излучающая частица закреплена на расстоянии r от центра:

$$\int_{t_e}^{t_r}\frac{d\tau}{a}=\int_0^r dr=r=\mathrm{const}. \tag{22}$$

Дифференцируя равенство (22), получаем уравнение

$$\frac{dt_r}{a(t_r)}-\frac{dt_e}{a(t_e)}=0. \tag{23}$$

Переходя в (23) к частоте, имеем

$$\frac{\omega_e}{\omega_r}=\frac{a(t_r)}{a(t_e)}. \tag{24}$$

Вводя параметр красного смещения $z=\frac{\omega_e-\omega_r}{\omega_r}$, из (24) получим известный результат

$$z=\frac{a(t_r)}{a(t_e)}-1.$$

Так как, согласно (20), отсутствует какое-либо движение вещества, то природа красного смещения связана не с разлетом галактик, а с изменением гравитационного поля со временем $\tilde{\Phi}_{\mu\nu}(a(t))=\tilde{g}_{\mu\nu}-\tilde{\gamma}_{\mu\nu}$, т.е. связано с тем, что $a(t_r)>a(t_e)$.

Найдем расстояние l между излучателем и наблюдателем сегодня для Вселенной без сингулярности, заполненной самодействующим скалярным полем, постоянная составляющая потенциала которого способно имитировать космологическую постоянную [9]. Таким образом, такая модель Вселенной в отличие от деситтеровской модели допускает наличие конечной концентрации материи во Вселенной в виде скалярного поля.

Введем величину $l=ra$. Тогда из (21) получим линейное дифференциальное уравнение для величины l

$$l'-(\frac{a'}{a})l=\pm 1,$$

общее решение которого:

$$l=a(t)\left[\int_0^t\frac{d\tau}{a(\tau)}+C_1\right],\ \text{либо}\ l=a(t)\left[\int_t^\infty\frac{d\tau}{a(\tau)}+C_2\right]$$

где $C_{1,2}$ – константы интегрирования.

Для решения $a=a_0\mathrm{ch}^{1/3}(\nu t)$ [9] нетрудно получить, что расстояние $\tilde{l}$, пройденное светом за промежуток времени $\Delta t=t_r-t_e$, равно

$$\tilde{l}=a(\Delta t)\int_0^{\Delta t}\frac{d\tau}{a[\tau]}=(1+z)\,l_0\times$$

$$\times 3\sqrt[3]{2}\left[\begin{array}{l}{}_2F_1\left(\frac{1}{3},\frac{1}{6};\frac{7}{6};-1\right)-\exp\left(-\frac{\nu\Delta t}{3}\right)\times\\ \times{}_2F_1\left(\frac{1}{3},\frac{1}{6};\frac{7}{6};-\exp(-2\nu\Delta t)\right)+C_1\end{array}\right],$$

где $l_0=\nu^{-1}$, ${}_2F_1(a,b;c;z)$ – гипергеометрическая функция, $\nu=\sqrt{24\pi GU_0}$, $\nu\Delta t=\mathrm{Arch}([1+z]^3)$, U_0 – постоянная составляющая скалярного потенциала. Аналогично, для "горизонта событий"

$$l_s=a(t)\int_t^\infty\frac{d\tau}{a[\tau]}=\mathrm{ch}^{1/3}(\nu t)\,l_0\times$$

$$\times 3\sqrt[3]{2}\left[\exp\left(-\frac{\nu t}{3}\right){}_2F_1(\frac{1}{3},\frac{1}{6};\frac{7}{6};-\exp(-2\nu t))+C_2\right].$$

В заключение отметим, что Мир без сингулярности, описываемый решением $a=a_0\mathrm{ch}^{1/3}(\nu t)$ [9], для наглядной интерпретации удобно рассматривать как четырехмерный однополостный гиперболоид

$$Z_0^2 - Z_1^2 - Z_2^2 - Z_3^2 - Z_4^2 = -R^2(t)$$

в пятимерном пространстве Минковского (Z_0, Z_1, Z_2, Z_3, Z_4), обладающем метрикой

$$ds^2 = dZ_0^2 - dZ_1^2 - dZ_2^2 - dZ_3^2 - dZ_4^2 = dt^2 - a^2 dx^2, \quad (25)$$

где
$$Z_i = a_0 \operatorname{ch}^{1/3}(\nu t) \cdot x_i, i = 1,2,3,$$

$$Z_4 = \frac{1}{2}\operatorname{ch}^{1/3}(\nu t) - \frac{1}{2}a_0^2 \operatorname{ch}^{1/3}(\nu t) \cdot x^2 + (\frac{3}{\nu})^2 f(t),$$

$$Z_0 = \frac{1}{2}\operatorname{ch}^{1/3}(\nu t) + \frac{1}{2}a_0^2 \operatorname{ch}^{1/3}(\nu t) \cdot x^2 - (\frac{3}{\nu})^2 f(t),$$

$$\frac{df(t)}{dt} = -\frac{\nu}{6}\frac{\operatorname{ch}^{2/3}(\nu t)}{\operatorname{sh}(\nu t)},$$

$$f(t) = -\frac{1}{12}\left[\begin{array}{l} \ln\left(\frac{y-1}{y+1}\right) - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{y^2+y+1}{y^2-y+1}\right) + \\ +\sqrt{3}\cdot\operatorname{arctg}(\sqrt{3}(2y+1)) + \\ +\sqrt{3}\cdot\operatorname{arctg}(\sqrt{3}(2y-1)) \end{array}\right],$$

$$y = \operatorname{ch}^{1/3}(\nu t),$$

$$R^2(t) = 2(\frac{3}{\nu})^2 \operatorname{ch}^{1/3}(\nu t) \cdot f(t),$$

$$a^6 (dx^0)^2 = dt^2 \quad \lim_{t\to 0} R(t) \to \infty.$$

Симметричная форма интервала (25), полученная ценою перехода в пространство большего числа измерений, показывает, что модель пространственно однородна и согласуется со следствием теоремы Шура, известной в римановой геометрии, из которой следует, что если подпространство при постоянном t изотропно в **каждой** точке, то оно с необходимостью и однородно.

Нетрудно видеть, что выбранная система координат покрывает половину гиперболоида $Z_0+Z_4>0$. Так как минимальный радиус горловины однополостного гиперболоида $R(t)$ зависит от времени, то, в отличие от Мира де Ситтера, эволюцию такой Вселенной нельзя устранить преобразованием координат. Строгое рассмотрение этого вопроса осуществлено в работе [10].

Соотношение наблюдаемая "звездная величина – красное смещение"

В заключение сравним модель Вселенной без сингулярности [9] с наблюдательными данными. Для этого рассмотрим соотношение "видимая звездная величина – красное смещение" z, играющее важную роль в наблюдательной астрономии.

Известно, что видимая звездная величина $m(z)$ космического объекта определяется формулой [1]

$$m(z) = -2,5\lg\left[\frac{S}{2,52\cdot 10^{-5}\ \text{эрг}/(\text{см}^3\cdot\text{с})}\right],$$

где S – поток энергии, приходящий от объекта на Землю, и

$$S = \frac{L}{4\pi l^2 (1+z)^2};$$

здесь L – собственная светимость галактики. При этом для ближайших излучателей ($z<1$) приближенное значение соотношения "видимая звездная величина – красное смещение", полученное разложением $a(t)$ в ряд по степеням t с коэффициентами, определяемыми из данных наблюдений, дается выражением

$$m1(z) \approx 5\cdot\lg z + 1,086\cdot(1-q_0)z +$$
$$+o(z^2) - 2,5\lg(L) + \text{const},$$

где $q_0 = -\frac{a''}{a}\cdot\frac{1}{H_0^2}$ – параметр замедления, H_0 – сегодняшнее значение "постоянной Хаббла" [1].

Для точного же решения $a=a_0\operatorname{ch}^{1/3}(\nu t)$ космологической модели Вселенной без сингулярности [9] видимая величина равна

$$m2(z) = 5\lg[(1+z)\tilde{l}] - 2,5\lg(L) + \text{const}.$$

Для такого решения параметр "замедления" вычисляется в явном виде

$$q = -\left[1 + \frac{3}{\operatorname{sh}^2(\nu t)}\right],$$

который в данном случае уместно назвать параметром ускорения. Сравним графически известный результат $m1(z)$ с полученным в данной статье точным результатом $m2(z)$.

Графики величин представлены на первом рисунке и построены с использованием компьютерной программы "*MathCad 2001*".

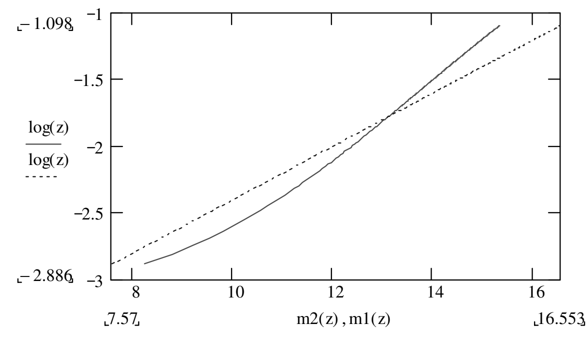


Рис. 1. *Пунктирная линия — соотношение "видимая величина — красное смещение" m1(z); m2(z) — сплошная линия*

Из рис. 1 видно, что если теоретическую линию $m1(z)$ сопоставить с линией, полученной из наблюдательных данных методом наименьших квадратов для *ScI* галактик [1], то сплошная кривая $m2(z)$ располагается ближе к экспериментальной линии, чем пунктирная прямая $m1(z)$.

Соотношение "красное смещение – расстояние" $z=\tilde{l}/l_0$ представлено на рис. 2.

Из рис. 2 видно, что при $z>0,1$ зависимость красного смещения от расстояния является линейной и постоянную $l_0^{-1}=\sqrt{24\pi C U_0}$, являющуюся аналогом "постоянной Хаббла", можно определить пу-

тем измерения красного смещения z [1] и вычисления $\tilde{l}$ из соотношения

$$m - M = 5\lg\left(\frac{\tilde{l}}{10\ \text{пс}}\right)$$

по измеренной видимой величине m и абсолютной величине $M = -2{,}5\lg\left(\frac{L}{3{,}0\cdot 10^{35}\ \text{эрг/с}}\right)$.

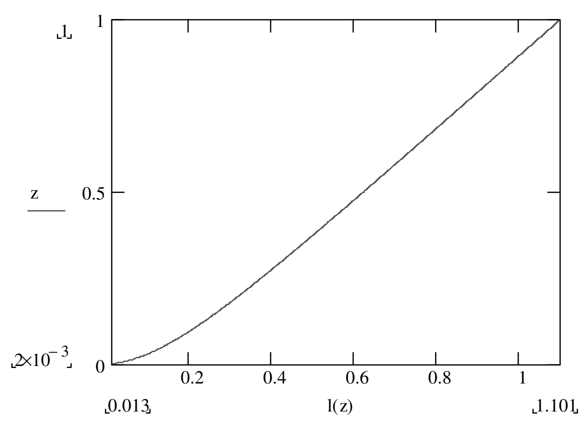


Рис. 2. *Зависимость красного смещения $z(\tilde{l})$ от расстояния $\tilde{l}/l_0$, пройденного светом за промежуток времени* $\Delta t = t_r - t_e$

Проведенное рассмотрение позволяет сделать следующие выводы:

1. Интерпретация Логунова эффекта красного смещения остается в силе и для вакуумоподобной космологической среды. Интерпретация Логунова является реальной, а расширение Вселенной, лежащее в основе традиционной интерпретации эффекта красного смещения, является лишь эффективным из-за **эффективности** самого риманова пространства.
2. В однородной и изотропной Вселенной с метрикой Логунова эволюция гравитационного поля обусловливает эффект красного смещения энергии только для частиц с нулевой массой покоя, так что вещество не следует за ростом масштабного фактора.
3. В отличие от деситтеровской модели модель Вселенной без сингулярности допускает наличие конечной концентрации материи во Вселенной и объясняет красное смещение. Модель так же объясняет соотношение "видимая звездная величина – красное смещение".

Полученные на основе теории Логунова результаты позволят по новому подойти к решению космологических проблем горизонта, причинности, однородности и плоскостности, вновь поставленных в работе Глинера [11].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация. – Т. 2. – М.: Мир, 1977. – 525 с.
2. Толмен Р. Относительность, термодинамика и космология. – М.: Наука, 1974. – 520 с.
3. Чернин А.Д. Космический вакуум // Успехи физических наук. – 2001. – Т. 171. – № 11. – С. 1153–1175.
4. Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Строение и эволюция Вселенной. – М.: Наука, 1975. – 450 с.
5. Линде А.Д. Физика элементарных частиц и инфляционная космология. – М.: Наука, 1990. – 420 с.
6. Долгов А.Д., Зельдович Я.Б., Сажин М.В. Космология ранней Вселенной. – М.: Изд-во МГУ, 1988. – 510 с.
7. Логунов А.А., Мествиришвили М.А. Релятивистская теория гравитации. – М.: Наука, 1989. – С. 147–170.
8. Логунов А.А. Теория гравитационного поля. – М.: Наука, 2001. – С. 104–125.
9. Ласуков В.В. Вселенная в метрике Логунова // Известия вузов. Физика. – 2002. – № 2. – С. 39–42.
10. Ласуков В.В. Метрика вакуумоподобной сферы в теории Логунова // Известия вузов. Физика. – 2002. – № 11. – С. 24–26.
11. Глинер Э.Б. Раздувающаяся Вселенная и вакуумоподобное состояние физической среды // Успехи физических наук. – 2002. – Т. 172. – № 2. – С. 221–243.